

## „Tesztelés a tudás anyja.”

Továbbképzési dolgozat, Rátz László Vándorgyűlés, 2021.

Írta: Szende Gabriella

Dolgozatom alapjául Szilágyi Brigitta: *Egy hajóban evezünk...* és Bereczky-Zámbó Csilla – Szeibert Janka: *A kognitív idegtudományok eredményeire támaszkodó hatékonyabb matematikatanulás* című előadások szolgáltak. Ők hárman egy kutatócsoport tagjaként a hatékonyabb matematikaoktatás módszereit mutatták be, ill. ezzel kapcsolatban hagytak nyitva kérdéseket. Témaválasztásomat nemcsak az motiválta, hogy Csillát még kisgimnazista korából ismerem, és Brigitta egyik segítőtje a Budapesti Műszaki Egyetemen, Köpeczi-Bócz Ákos 5 éve még az én emelt szintű csoportomnak volt tagja, hanem az is, hogy az előadók által felvetett kérdések engem is foglalkoztatnak. Most, hogy az új NAT hetedikétől csökkentette a kötelező heti matematika óraszámot, rákényszerülünk, hogy a megmaradt órákat hatékonyabban használjuk ki. Mivel az emelt szintű követelmény nem csökkent számottevően, és az egyetemeken szükséges tudás sem változott, kulcskérdés, hogy mit és mennyire időtállóan tudunk megtanítani a középiskolában.

Először röviden kifejtem gondolataimat a Szilágyi Brigitta által többször is megismételt kérdésekre. Dolgozatom második felében pedig a koordinátageometria egyenesekről szóló témakörének néhány tanórájához készített óra végi „tesztet” ismertetek.

Szilágyi Brigitta előadása elején és végén is felvetette azt a kérdést: Bár középiskolában a 11. és 12. évfolyamon a matekfaktos csoportokban megtanítjuk a differenciál- és integrálszámítás alapjait, miért van az, hogy ebből az egyetemen olyan keveset érzékelnek az ott oktatók? A kérdés nyitva maradt, további együtt-gondolkodásra. Az előadó csak annyit sejtetett, hogy talán a középiskola utolsó két évében a tanulók absztrakciós szintje nem elég érett arra, hogy ne csak mechanikusan végzett műveletek szintjén tanulják meg a kalklust, amit aztán rövid távon el is felejtene. 10 éve készítek fel emelt szintű matematika érettségire csoportokat, és ezalatt az idő alatt összegyűlt tapasztalataim alapján az alábbiakat tudom válaszolni a fenti kérdésre.

Sok olyan középiskola van, ahol a matematika fakultáció azt jelenti, hogy a tanuló az alapórákon (heti 4 óra egyelőre) az osztály többi, matematika iránt nem érdeklődő, esetleg gyengébb képességű tanulóval együtt tanulja a tantárgyat. Ezen felül még heti két órában jár matematika fakultációra, ahol (általában a nap végén, 7. és 8. órákban) megtanulja azt a többletanyagot, ami az emelt szintű érettségire szükséges. Kivételes azon iskolák helyzete,

ahol van lehetőség (tanár és óraszám, pénz) ahhoz, hogy heti 6 órában legyen egy külön faktos csoport, melyben csak a céltudatosan matematika irányultságú tanulók vesznek részt. Evidens, hogy a heti kétórás „ráfeljelő” fakt sokkal kevésbé hatékony, és ennek keretében a tanár és a tanuló is igyekszik csak annyit átvenni, ami feltétlenül szükséges az emelt szintű követelmények teljesítéséhez. A tananyag valódi megértésére, a fogalmak elmélyítésére nincs mód és idő.

Ha van rá lehetőség, megoldás lehet az a gyakorlat, amit jelenlegi iskolám, a Szentendrei Református Gimnázium 4 éve vezetett be. Mivel az emelt matematika csoportba jelentkezők száma évről-évre nőtt, és a 25-30 fős emelt csoport rendkívül heterogén volt absztrakciós készség és motiváció területén is, változtatásra kényszerültünk. Indítottunk egy 6 órás „igazi” emelt matematika csoportot, ahova tényleg a legjobbakat vártuk, akik valóban emelt szintű érettségit készültek tenni. Emellett indítottunk egy faktos csoportot is, melynek tagjai az alapórás matematikán túl heti két órában egyszerűsített változatban tanulták az emelt szintű anyag legfontosabb részeit. Ők az alapórás jegyüket vihetik tovább, és középszintű érettségire készülnek. Egyetemre kerülve mégis lesz esélyük egy olyan szakon, ahol kell majd a kalkulus, de elég lesz a szabályok helyes alkalmazása.

A másik tényező, ami alapvetően befolyásolja a megtanított emelt szintű tananyag mennyiségét és minőségét, az a kimenet. Amíg az emelt szintű érettségig kalkulusból legtöbbször csak olyan feladatok szerepelnek, melyek egy polinomfüggvény szélsőérték helyének vagy görbe alatti területének meghatározását igénylik, mi motiválja a középiskolai tanárt és diákot arra, hogy többet, mélyebben tanítson / tanuljon meg ebből a témakörből? Ráadásul, ha nem magasabb szintű egyetemeken tanul tovább a fiatal, hanem valamely korábbi főiskolából egyemmé előlépett intézményben, ebből a tudásból vidáman megél, sőt ott is leginkább szabályok mechanikus alkalmazására tanítják. Ezekre későbbi munkája során nem lesz szüksége, vagy ha mégis, akkor azt majd megtanulja a gyakorlatban.

A kalkulus középiskolai tanítása egyébként nem csak Magyarországon probléma. Minimális betekintéssel rendelkezem az angolszász területek és Erdély matematikaoktatásáról. Az a tapasztalatom, hogy Nagy-Britanniában és Hollandiában elég sok mindent kell tudni egy A-level matematika érettségihez differenciál- és integrálszámításból. Ez azonban csak mechanikus műveletvégzést jelent. Erdélyben is nagyon sokat tömnek a középiskolai tanulók fejébe ebből az anyagrészből, de hiányzik az ok-okozati összefüggések megismerése. Ez itt nem csak erre a témakörre igaz, és ennek hátrányait gyakran tapasztaljuk, amikor a Református

Középiskolák Országos (Kárpát-medencei) Matematikaversenyén határon túli iskolákból is érkeznek diákok.

Dolgozatom első részének lezárásaként szeretném hangsúlyozni, hogy szerintem nagyon is indokolt is szükséges 11. és 12. évfolyamon a kalkulus tanítása. Itt van lehetőség és sok-sok idő arra, hogy a függvény fogalmát elmélyítsük, és a tanulók absztrakciós szintjét amennyire csak lehet, emeljük. Itt több hét áll rendelkezésre, jó esetben heti hat órában, hogy átvegyük a konvergencia, folytonosság, függvény-határérték oly fontos fogalmait. Csoporttól és tanártól függően van lehetőség egy kicsit az emelt szintű érettségi követelményein túl is kalandozni. Ez nagyban segítheti a tanulókat abban, hogy ne csupán az emelt szintű érettségi, hanem egy-két évvel később a sokkal gyorsabb, töményebb egyetemi matematika tanulás akadályát is sikerrel vegyék. Diákjaim és a BME visszajelzései is ezt igazolják.

Dolgozatom második részében a koordinátageometria témaköre egyenesekről szóló részének óráihoz készített tanóra végi „teszt” feladatokat ismertetek.

1. óra

téma: Az egyenest meghatározó adatok (irányvektor, normálvektor, irányszög, iránytangens)

óra végi teszt feladatok:

1. Az irányvektor definíciója

2. Adott két pont:  $P_1 (3; 2)$  és  $P_2 (7; 8)$ . Írd fel a rájuk illeszkedő egyenes 3 db irányvektorát, 3 db normálvektorát, határozd meg az iránytangensét és az irányszögét!

2. óra

téma: Az egyenes egyenletei (normálvektoros, irányvektoros)

óra végi tesztfeladatok:

1. Fogalmazd meg – akár saját szavaiddal – a vonal definícióját koordinátarendszerben!

2. Adott két pont:  $P_1 (4; 3)$  és  $P_2 (8; 9)$ . Írd fel a pontra illeszkedő egyenes egyenletét!

3. óra

téma: Az egyenes egyenletei (iránytangenses)

óra végi tesztfeladatok:

1. Egy egyenes irányszöge  $45^\circ$ , és illeszkedik a  $P_0 (3; 2)$  pontra. Írd fel az egyenes egyenletét!

2. Illeszkednek-e az  $5x - 8y = 2$  egyenletű egyenesre az alábbi pontok?

A (2; 1) B (3; 2) C (0;  $-\frac{1}{4}$ )

4. óra

téma: Gyakorló feladatok az egyenes egyenleteihez

óra végi tesztfeladatok:

1. Olvasd le a  $3x + 4y = 5$  egyenletű egyenes egy irányvektorát, egy normálvektorát, és határozd meg az iránytangensét!

2. Adott két pont: P (3; 8) és Q (5; 12). Írd fel annak az egyenesnek az egyenletét, mely illeszkedik a  $P_0$  (1, 6) pontra és párhuzamos a PQ egyenessel!

5. óra

téma: Egyenesek párhuzamossága és merőlegessége

óra végi tesztfeladat:

Adott az  $e: 4x - 3y = 15$  egyenletű egyenes és a  $P_0$  (5; 2) pont. Add meg annak az egyenesnek az egyenletét, mely illeszkedik a  $P_0$  pontra, és merőleges az  $e$  egyenesre!

6. óra

téma: Háromszögek, négyszögek nevezetes vonalai

óra végi tesztfeladat:

Adott az ABC háromszög, ahol A (3; 7), B (5; 1) és C (-5; 5). Határozd meg a B csúcsból kiinduló magasságvonal és az A csúcsból kiinduló súlyvonal egyenletét!

7. óra

téma: Egyenesek metszéspontja

óra végi tesztfeladat:

Adott két egyenes:  $e: 3x - 5y = -9$  és  $f: 4x + 7y = 28$ . Határozd meg a két egyenes metszéspontját!

8. óra

téma: Pont-egyenes távolsága

óra végi tesztfeladat:

Adott az  $e: 3x - 4y = -24$  egyenletű egyenes és a P (-7; 7) pont. Határozd meg a pont és az egyenes távolságát!

9. óra

téma: Egyenesek hajlásszöge (skaláris szorzattal)

óra végi tesztfeladat:

Adott két egyenes:  $e: 3x + 5y = 7$  és  $f: 7x - 4y = 8$ . Határozd meg a két egyenes hajlásszögét! Válaszodat fokban, két tizedesjegyre kerekítve add meg!

Az összefoglaló órára nem terveztem már ilyen óra végi feladatot, hiszen akkor egész órán önálló / páros gyakorlás szokott lenni. Ehhez az alábbi feladatsort adom majd a tanulóknak:

#### Gyakorló feladatlap az egyenesből

Adott az ABC háromszög: A (3; 8), B (11; 2) és C (-1; -4). Határozd meg a háromszög

1. AB oldalegyenesének egyenletét!
2. területét!
3. A csúcsának távolságát a szemközti oldaltól!
4. köréírt körének középpontját (K)!
5. magasságpontját (M)!
6. súlypontját (S)!
7. KM egyenesét!
8.  $s_a$  súlyvonalának egyenletét!
9. legnagyobb szögének nagyságát!
10.  $m_b$  magasságának talppontját!

+ 1 Mutasd meg, hogy S illeszkedik KM egyenesre!

Ez a témakör saját, tavaly tizenegyedikes osztályom alap matematikacsoportjában már éppen nem került sorra a tanév végén. Az online oktatás miatt, és mivel a csoport inkább gyengébb matematikai képességekkel rendelkező tanulókból áll, tetemes lemaradást szedtünk össze. Ezért gondoltam úgy, hogy ebben a csoportban szeptember elején kipróbálom az óra végi tesztelés módszerét. A témakör is alkalmas arra, hogy rövid, gyorsan megoldható feladatokat adjak, és a helyes megoldást is hamar meg lehet beszélni, ezzel visszajelzést adva. Annyi aggályom azért van, hogy vajon minden tanórán eljutunk-e oda az anyaggal, hogy az előre elkészített feladatokat tényleg fel tudjam adni az óra végén. Remélem, hogy hatékonyabbak leszünk, és a módszer motiválja majd a tanulókat. Azt még ki kell próbálnom, hogy akkor is hatékony-e a módszer, ha csak plusz (jutalom) jár érte, vagy fontos, hogy pontozzam, és abból jegy is szülessen. Köszönöm a továbbképzés előadásait, igyekszem a hallottakat hasznosítani.